

## Mathematik für Informatiker 1

### 2. Übungsblatt

#### Aufgabe 1: Funktionen

Skizzieren Sie den Graph und bestimmen Sie den Wertebereich folgender Funktionen:

a)  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$ .

b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$

#### Aufgabe 2:

- a) Sei  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{5, 6, 7\}$  und  $R = \{(1, 7), (2, 6), (3, 6), (4, 5)\}$ .  $R$  ist eine Abbildung von  $A$  nach  $B$ . Ist  $R$  surjektiv? Ist  $R$  injektiv?
- b) Sei  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  und  $R = \{(1, 7), (2, 6), (3, 8), (4, 5)\}$ .  $R$  ist eine Abbildung von  $A$  nach  $B$ . Ist  $R$  surjektiv? Ist  $R$  injektiv?
- c) Sei  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{5, 6, 7, 8\}$  und  $R = \{(1, 7), (2, 6), (3, 8), (4, 5)\}$ .  $R$  ist eine Abbildung von  $A$  nach  $B$ . Ist  $R$  surjektiv? Ist  $R$  injektiv?

#### Aufgabe 3:

Gegeben sind die Definitionsmenge  $\mathcal{D} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  und die Abbildungen

$$\begin{aligned} f_1 : \mathcal{D} &\rightarrow \mathbb{N}, & f_1(x) &= 3x - 1 \\ f_2 : \mathcal{D} &\rightarrow \mathbb{N}, & f_2(x) &= x^2 - 6x + 10 \\ f_3 : \mathcal{D} &\rightarrow \{1, 2, 5\}, & f_3(x) &= x^2 - 6x + 10 \\ f_4 : \mathcal{D} &\rightarrow \{2, 5, 8, 11, 14\}, & f_4(x) &= 3x - 1. \end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die Wertebereiche der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ .
- b) Geben Sie an, ob die Funktionen  $f_1, f_2, f_3$  und  $f_4$  injektiv, surjektiv oder bijektiv sind.
- c) Bestimmen Sie den Funktionsausdruck für  $f_1 \circ f_2$ .

**Aufgabe 4:**

Gegeben seien die Funktionen

$$f_1 : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto y = \frac{1}{x} \text{ und}$$

$$f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto 1 - x.$$

- a) Welche Funktionsgleichungen haben  $f_3 = f_1 \circ f_2$  und  $f_4 = f_2 \circ f_1$   
 b) Welches sind die Umkehrabbildungen zu  $f_1, f_2, f_3$  und  $f_4$ ?

**Aufgabe 5:**

Geben Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}$  mit Definitionsbereich an, falls sie existiert.

- a)  $f(x) = -2x + 7, \quad x \in \mathbb{R}$   
 b)  $f(x) = 2 + \sqrt{1-x}, \quad x \in (-\infty, 1]$   
 c)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R}$   
 d)  $f(x) = \frac{7x+3}{5x-1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{5}\}$

**Aufgabe 6:**

Eine *Permutation (Umordnung)* ist eine Abbildung einer Menge in sich. Wir beschreiben eine Permutation der Menge  $M = \{1, 2, \dots, n\}$ , indem wir unter jedes  $k \in M$  sein Bild schreiben; in der unteren Zeile stehen dann die Elemente von  $M$  je einmal in eventuell anderer Anordnung; z.B. führt  $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$  1 in 3, 2 in 2, 3 in 4, 4 in 1 über. Daneben benutzt man für Permutationen die sogenannte *Zyklendarstellung*, wobei Zahlenfolgen zwischen zwei Klammern so geschrieben werden, daß jeder Zahl außer der letzten ihr Bild folgt; das Bild der letzten Zahl ist die erste Zahl. Die Zyklendarstellung für obiges  $p$  wäre z.B.  $(134)(2)$ .

- a) Schreiben Sie  $p_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  und  $p_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  in Zyklenform.  
 b) Wie lauten die in Zyklenform gegebenen Permutationen  $p_3 = (1234), p_4 = (4321)$  ausgeschrieben?  
 c) Bilden Sie mit den Permutationen  $p_1, p_2, p_3, p_4$  die Verknüpfungen:

$$p_1 \circ p_2,$$

$$p_2 \circ p_1,$$

$$p_3 \circ p_4.$$

- d) Welches sind die Umkehrabbildungen  $p_1^{-1}, p_2^{-1}, p_3^{-1}$  zu  $p_1, p_2, p_3$ ?