

Physikalische und elektrische Grundlagen der Informatik

Unterlagen zur Vorlesung für Informatiker

Semester I 1

**HOCHSCHULE KARLSRUHE – TECHNIK UND WIRTSCHAFT
University of Applied Sciences
Studiengang Sensorsystemtechnik**

Prof. Dr. B. Deppisch SS 2008

LITERATURVERZEICHNIS zur Vorlesung

Physikalische u. elektrische Grundlagen der Informatik (I1)

Es sind aus der Vielzahl der veröffentlichten Werke nur einige aufgeführt, die ich öfter verwende.

Textbücher

Alonso M., Finn E.J. „Physik“	Oldenburg	3. Aufl. 2000
Dobrinski P., Krakau G., Vogel A. „Physik für Ingenieure“	Teubner	9. Aufl. 1996
Führer A., Heidemann K., Nerreter W. „Grundgebiete der Elektrotechnik“ Band 1 u. 2	Hanser	6. Aufl. 1997
Halliday D., Resnick R., Walker J. “Physik”	Wiley VCH	1. Aufl. 2003
Hering E., Martin R., Stohrer M. „Physik für Ingenieure“	Springer	7. Aufl. 1999
Lindner H. „Physik für Ingenieure“	fv Leipzig	16. Aufl. 2003
Leute U. „Physik und ihre Anwendungen in Technik und Umwelt“	Hanser	1. Aufl. 1995
Meschede D „Gerthsen-Physik“	Springer	23. Aufl. 2006
Paus H.J. „Physik in Experimenten und Beispielen“	Hanser	1. Aufl. 1995

Formelsammlungen

Kuchling H. „Taschenbuch der Physik“	Harri Deutsch	16. Aufl. 1996
Stöcker H. „Taschenbuch der Physik“	Harri Deutsch	3. Aufl. 1998

Einige der Bücher stehen im **Handapparat Deppisch im Lesesaal der Hochschulbibliothek 1.OG Lesesaal, Regal Physik untere Fachböden**

Inhaltsverzeichnis: Physikalische und elektrische Grundlagen der Informatik

- 1. Einleitung: Herkunft der Ladungen, Ladungstrennung;
Erhaltungssatz für die Ladung: 1. Kirchhoffsche Regel (Knotensatz)**
- 2. Elektrostatik**
 - 2.1 Coulombsches Gesetz: Kraftwirkung von ruhenden Ladungen**
 - 2.2 Elektrisches Feld: Elektrische Feldstärke**
 - 2.3 Elektrische Spannung**
 - 2.4 Materie im E-Feld**
 - 2.4.1 Metalle: Influenz**
 - 2.4.2 Nichtleiter: Polarisierung**
 - 2.5 Berechnung von E-Feldern; Gaußscher Satz**
 - 2.5.1 E-Feld von Platten**
 - 2.5.2 Gaußscher Satz**
 - 2.6 Kondensator und Kapazität**
 - 2.6.1 Kapazität**
 - 2.6.2 Schaltung von Kondensatoren**
 - 2.6.3 Energie im Kondensator**
- 3. Stationäre Ströme**
 - 3.1 Elektrische Stromstärke**
 - 3.2 Elektrischer Widerstand**
 - 3.2.1 E-Feld im Leiter mit bewegten Ladungen**
 - 3.2.2 Elektrischer Widerstand R**
 - 3.2.3 Schaltung von Widerständen**
 - 3.2.4 Temperaturverhalten von Widerständen**
 - 3.3 Berechnung von Netzwerken**
 - 3.3.1 Energie und Leistung**
 - 3.3.2 1. Kirchhoffsche Regel: Knotensatz**
 - 3.3.3 2. Kirchhoffsche Regel: Maschensatz**
- 4. Magnetostatik**
 - 4.1 Oerstedtsches Grundgesetz: Kraft zwischen Strömen**
 - 4.2 Anwendungen des Kraftgesetzes**
 - 4.3 Erzeugung von magnetischen Feldern**
 - 4.4 Berechnung von H-Feldern: Durchflutungsgesetz**
- 5. Magnetische Induktion**
 - 5.1 Faradaysches Induktionsgesetz**
 - 5.2 Lenzsches Gesetz, Wirbelströme**
 - 5.3 Selbst- und Gegeninduktion**
 - 5.4 Energie des Magnetfeldes**

1. Einleitung

Elektrodynamik: Eigenschaften und Verhalten von elektrischen Ladungen
(Elektrizitätslehre)

Einheit der Ladung: 1 Coulomb = 1 C = 1 As

Kleinste einzeln vorkommende Ladung: Elementarladung = 1 e = 1.60217733*10⁻¹⁹ C

Bspe. für Ladungen: elektrostatische Aufladungen $10^9 e \approx 10^{-10} C$, Gewitterwolke (Blitz) 10 – 100 C
Autobatterie 55 Ah = 55A*3600s = 198000 C

Herkunft der Ladungen: Bestandteile der Atome

Materie \Rightarrow Atome \Rightarrow Elektronenhülle e^- + Kern

Kern \Rightarrow Neutronen n und Protonen p^+ \Rightarrow

Quarks (kommen nicht einzeln vor):

u	Up	+ (2/3)e
d	Down	- (1/3)e
s	Strange	- (1/3)e
c	Charme	+ (2/3)e
b	Bottom	- (1/3)e
t	Top	+ (2/3)e

jedes Quark tritt in 3 verschiedenen (Quanten)-Zuständen auf: „rot“, „grün“, „blau“ \Rightarrow
18 verschiedene Quarks

Proton = $1p^+ = u + u + d \Rightarrow$ Ladung + e

Neutron = $1n = d + d + u \Rightarrow$ Ladung 0*e

Trennung von Ladungen: z.B.: (*Versuche*)
Reibungselektrizität
Glühemission
äußerer Fotoeffekt
innerer Fotoeffekt
durch ein elektrisches Feld
durch ein magnetisches Feld

Erhaltungssatz für die Ladung:

Summe aller Ladungen im abgeschlossenen System Q_{GES} = konstant.

$\Rightarrow dQ_{GES}/dt =$ Summe aller Ströme = 0 1. Kirchhoffsche Regel (siehe später)

2. Elektrostatik (behandelt ruhende Ladungen)

2.1 Kraftwirkung von Ladungen

Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab,
Ladungen mit verschiedenem Vorzeichen ziehen sich an

Coulombsches Gesetz

(Charles A. de Coulomb 1736-1806)

für Punktladungen (Durchmesser der Ladung $\ll r$):

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \vec{r}_0 \quad \text{Einheit [F]} = 1 \text{ Newton} = 1 \text{ kgm/s}^2$$

ϵ_0 : elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$,
 \vec{r}_0 : Einheitsvektor in Richtung der Verbindung der beiden
Ladungen

2.2 Elektrisches Feld: Elektrische Feldstärke

Das elektrische Feld der felderzeugenden Ladung Q wird
gemessen durch die Kraft auf eine (Probe)-Ladung q.

Def. Elektrische Feldstärke:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{Einheit [E]} = 1 \text{ N/C}$$

⇒ Kraft auf Ladung q im el. Feld: $\vec{F} = \vec{E} * q$

⇒ elektrische Feldstärke einer Punktladung Q:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{r}_0$$

Veranschaulichung durch Feldlinien (FL):

Richtung der FL ⇒ Richtung der Kraft auf positive
Ladung; Dichte der FL ⇒ Stärke der el. Feldstärke

2.3 Elektrische Spannung

Versuch: Plattenkondensator auseinanderziehen

Um zwei unterschiedliche Ladungen auf dem Weg von 1
nach 2 zu trennen, muss man gegen die Anziehungskraft
die Arbeit W_{12} verrichten. Diese Energie wird in der
Anordnung der getrennten Ladungen als elektrische Energie
gespeichert (Energieerhaltungssatz):

Def. Elektrische Spannung zwischen Punkt 1 und 2:

$$U_{12} = W_{12}/q$$

Einheit 1 Volt = 1 Nm/C = 1 Ws/C

Bsp. In einem homogenen el. Feld $E = \text{const}$ ist $W_{12} =$

$$F * s_{12||} = qEs_{12||} \Rightarrow U_{12} = Es_{12||}$$

Bezieht man die Spannungen verschiedener Punkt i auf einen gemeinsamen Bezugspunkt O, dann nennt man die Spannungen dieser Punkte auch das **elektrische Potential** ϕ_{iO} der Punkte i auf den gemeinsamen Bezugspunkt O. Häufig wählt man den Bezugspunkt auf der Erde (Masse, ground).

2.4 Materie im el. Feld

2.4.1 Metalle im E-Feld, Influenz, Oberflächenladungsdichte σ , Verschiebungsdichte D

Versuch: Ladungstrennung im Feld eines Plattenkondensators

Bringt man einen Leiter (frei bewegliche Elektronen!) in ein elektrisches Feld, dann werden so viele Ladungen getrennt, bis die resultierende Kraft auf die Ladungen = 0 wird. Mit $F = qE \Rightarrow E_{\text{ges}} \text{ im Leiter} = 0 \Rightarrow$ es wird durch die Ladungstrennung im Leiter ein el. Gegenfeld E_g erzeugt, welches das äußere Feld E_o kompensiert.

$$\vec{E}_{\text{ges}} = \vec{E}_o + \vec{E}_g = 0 \Rightarrow \vec{E}_g = -\vec{E}_o$$

Verdoppelt man z.B. den Querschnitt des Leiters, bleibt das Gegenfeld E_g im Leiter gleich, aber die getrennte Ladung verdoppelt sich. \Rightarrow Die Ladung pro Oberfläche bleibt konstant.

Def. Oberflächenladungsdichte σ = Ladung / (Fläche auf der die Ladung sitzt) $[\sigma] = 1\text{C/m}^2$

σ verursacht das elektrische Feld E. Da $E_o = -E_g$ muss auch die induzierte Ladungsdichte σ_g gleich der Ladungsdichte sein, die das Feld E_o bewirkt: $\sigma_g = \sigma_o$.

σ ist damit proportional zu E: $\sigma = \text{konst} \cdot E$.

Die Konstante konst ergibt sich aus folgender Überlegung: Umgibt man eine Punktladung Q konzentrisch mit einer Metall-Hohlkugel (Radius r) werden in ihr die Ladungen getrennt bis das Feld E_g in ihr entgegengesetzt gleich dem Feld $E_o(r)$ der Punktladung Q am Ort r der Hohlkugel wird: $E_o(r) = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r^2 = -E_g \Rightarrow$ Das Feld E_g wird durch die Oberflächenladungsdichte $\sigma_{\text{kugel}} = Q/4\pi r^2$ erzeugt. Mit $\sigma_{\text{kugel}} = \text{konst} \cdot E_g \Rightarrow \text{konst} = \epsilon_0$. Diese Beziehung gilt allgemein

$$\sigma = \epsilon_0 \cdot E \quad \text{im Vakuum}$$

Berücksichtigt man den Vektorcharakter von E ergibt sich damit die elektrische Verschiebungsdichte D

Def. (Di-) Elektrische Verschiebungsdichte

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} \text{ mit } |\vec{D}| = \epsilon_0 |\vec{E}| \text{ und } [D] = [\sigma] = 1 \text{ C/m}^2$$

2.4.2 Nichtleiter (Dielektrikum) im elektrischen Feld, Polarisation, Dielektrizitätszahl ϵ_r

Versuch: Spannung am Plattenkondensator fällt beim Einschieben eines Dielektrikums

Bei einem Nichtleiter im elektrischen Feld können mangels freier Ladungen nicht beliebig viele Ladungen getrennt werden. Dennoch werden die in den Atomen oder Molekülen gebundenen Ladungen „auseinandergezogen“ (**polarisiert**). Es bildet sich ein Gegenfeld $E_p < E_o$ aus, welches das äußere Feld E_o schwächt. Das resultierende Feld in der Materie E_m wird um einen vom Material abhängigen Betrag kleiner:

Def. Dielektrizitätszahl ϵ_r : $E_m = E_o/\epsilon_r$

Man unterscheidet drei Sorten von Substanzen:

1. **Nichtpolare oder dielektrische Stoffe:** In den Atomen werden Kern und Elektronenhülle „auseinander gezogen“: **Elektronenpolarisation**
2. **Polare oder par(a)elektrische Stoffe** mit permanenten elektrischen Dipolen: Ionen mit entgegengesetzter Ladung werden gegeneinander verschoben, oder Moleküle mit einem permanenten Dipolmoment (z.B. Wasser) werden ausgerichtet: **Orientierungspolarisation**
3. **Ferroelektrische Stoffe** mit gebietsweise (Weissche Bereiche) ausgerichteten permanenten elektrischen Dipolen (spontane Polarisation): Die Weisschen Bereiche richten sich nach dem äußeren el. Feld aus (z.B. $BaTiO_3$).

Die Flächenladungsdichte σ auf den Platten ändert sich nicht \Rightarrow

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \mathbf{D}_m = \mathbf{D}_o = \epsilon_o * \mathbf{E}_o = \epsilon_o * \epsilon_r * \mathbf{E}_m \end{array}$$

Mit E_m wird die Spannung $U_{12} = E_m * d$ an den Platten (Plattenabstand d) kleiner.

2.5 Berechnung der elektrischen Feldstärke, Gaußsches Gesetz

2.5.1 El. Feld von großen dünnen Platten

Einzelne Platte (einseitige Fläche A mit Q aufgeladen): $\sigma_1 = Q/2A \Rightarrow E_1 = Q/2A\epsilon_o$

Doppelplatte (Fläche jeweils A) mit $+Q$ bzw. $-Q$ aufgeladen: Die Felder der einzelnen Platten addieren sich zwischen den Platten und kompensieren sich außerhalb

$\Rightarrow \mathbf{E}_{II} = 2 * \mathbf{E}_I = \mathbf{Q}/A \epsilon_0 \Rightarrow$ Die Flächenladungsdichte hat sich auch verdoppelt:

$\sigma_{II} = 2 * \sigma_I = \mathbf{Q}/A \Rightarrow$ Die Ladungen sitzen vollständig auf der Innenseite der Platten.

2.5.2 Gaußsches Gesetz

Die *Ursache* des elektrischen Feldes sind Ladungen beschrieben durch σ . Die *Wirkung* eines elektrischen Feldes ist die Kraft auf eine Ladung beschrieben durch die el. Feldstärke E .

Den Gausssschen Satz werden wir benutzen, um aus Ladungen Feldstärken zu bestimmen.

Def. Elektrische Flussdichte

$$\vec{d\Phi} = \epsilon_0 \vec{E} * \vec{dA} = \vec{D} * \vec{dA} = \vec{D}_{\perp} * \vec{dA} \quad (\text{Skalarprodukt von zwei Vektoren})$$

Gausscher Satz:

Umgibt man eine Ladung Q mit einer geschlossenen Fläche A und summiert die elektrische Flussdichte $d\Phi$ auf dieser Fläche auf, so erhält man die umschlossene Ladung Q :

$$\sum_{\text{Fläche A}} \vec{d\Phi}_i = \sum_{\text{Fläche A}} \vec{D}_i * \vec{dA} = \sum_{\text{Fläche A}} \vec{D}_{i\perp} * \vec{dA} = Q_{\text{eingeschlossen}}$$

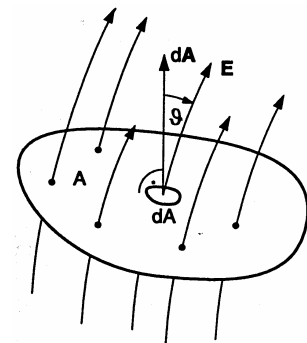


Abb. Zur Def. der el. Flussdichte

Bsp.1 Punktladung Q erzeugt im Abstand r die el. Feldstärke $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$. Umgibt man die Punktladung konzentrisch mit einer Kugel vom Radius r , so beträgt die Verschiebungsdichte $D(r)$ auf der Oberfläche $D(r) = \epsilon_0 E = Q/4\pi r^2$. Summiert man die elektrische Flussdichte auf der Oberfläche $\Rightarrow \sum d\Phi = Q/4\pi r^2 * A(\text{Kugel}) = (Q/4\pi r^2) * 4\pi r^2 = Q$.

Bsp.2 Feld einer Kugelladung: Eine Kugel (Radius R) ist mit Q aufgeladen. Umgibt man die Kugel mit einer Kugelfläche (Radius $r > R$), so ist D auf dieser Oberfläche aus Symmetriegründen konstant $= D(r) \Rightarrow \sum d\Phi_i = D(r) * 4\pi r^2 = Q \Rightarrow D(r) = Q/4\pi r^2$ und $E(r) = Q/4\pi r^2 \epsilon_0$ so groß wie das Feld einer Punktladung!

Bsp.3 Feld eines langen Zylinders (Radius R , Länge L , Ladung Q): Das E -Feld wird rotationssymmetrisch sein und (bis auf die Randbereiche) \perp zur Zylinderachse stehen. Als Gaußsche Fläche wählt man eine konzentrische Zylinderfläche (Radius $r > R$) $\Rightarrow \sum d\Phi_i = D(r) * 2\pi r L = Q \Rightarrow D(r) = Q/2\pi r L$. Das E -Feld fällt mit r (nicht mit r^2 wie bei der Punkt- oder Kugelladung) ab.

2.6 Kondensator und Kapazität

2.6.1 Kapazität

Sind zwei metallische Körper (1,2) mit der Ladung +Q bzw. -Q aufgeladen, stellen sie einen Kondensator (= Ladungsspeicher) dar. Zwischen ihren Oberflächen (1,2) herrscht an beliebigen Punkten überall die Spannung U_{12} .

⇒

Def. der Kapazität $C = Q/U_{12}$

[C] = 1 C/V = 1 F (Farad)

Bsp. Kapazität eines Plattenkondensators

zwei parallele Platten mit je der einseitigen Fläche A im Abstand d mit der Ladung +Q bzw. -Q.
Die homogene Feldstärke zwischen den Platten beträgt $E_{||} = Q/A\epsilon_0 \Rightarrow$ Spannung
 $U_{12} = E_{||} \cdot d \Rightarrow$

$$C_{||} = Q/U_{12} = \epsilon_0 \cdot A/d$$

$$C_{||} = Q/U_{12} \approx \epsilon_0 \cdot A/d$$

In den Randbereichen ergibt sich in Wirklichkeit eine kleinere Feldstärke, deshalb gilt die Beziehung nur angenähert.

Füllt man den Raum zwischen den Platten mit einem Dielektrikum (ϵ_r) \Rightarrow
 $U_{12m} = Q \cdot d / A \epsilon_0 \epsilon_r \Rightarrow$

$$C_{||} = Q/U_{12m} \approx \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A/d$$

Anwendungen:

el. Schaltungen z.B. Netzteil, Füllstands-, Schichtdicken- und Drucksensoren

2.6.2 Schaltung von Kondensatoren

1. Parallelschaltung

$$Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 + \dots, U_1 = U_2 = \dots = U_0 \Rightarrow C_{\text{ges}} = Q_1/U_0 + Q_2/U_0 + \dots = C_1 + C_2 + \dots$$

2. Reihenschaltung

Über Influenz ist jedes C mit $\pm Q$ geladen. Die angelegte Spannung teilt sich auf die einzelnen C_i auf: $U_0 = U_1 + U_2 + \dots$
mit $U = Q/C \Rightarrow Q/C_{\text{ges}} = Q/C_1 + Q/C_2 + \dots$

$$\Rightarrow 1/C_{\text{ges}} = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots$$

2.6.3 Im Kondensator gespeicherte Energie

Die Trennarbeit dW für die Ladung dQ bei der Spannung U ist $dW = U \cdot dQ$. Diese Trennarbeit wird gemäß dem Energieerhaltungssatz als el. Energie im Kondensator gespeichert und wird wieder frei, wenn der Kondensator entladen wird. Beim Aufladen des Kondensators nimmt die Spannung U mit der Ladung Q , die schon auf dem Kondensator sitzt, linear zu $U = Q/C$.

Im U/Q -Diagramm entspricht die Fläche unter der Geraden der gespeicherten Energie. \Rightarrow

$$E_{el} = 1/2 \cdot U_0 \cdot Q_0 = 1/2 \cdot C \cdot U_0^2 = 1/2 \cdot Q_0^2 / C$$

(U_0, Q_0 Endzustand der Aufladung)

Betrachtet man einen Plattenkondensator gilt

$$U_0 = E_0 \cdot d \text{ und } C_{II} \approx \epsilon_0 \cdot A / d \quad \Rightarrow$$

$$E_{el} = 1/2 \cdot \epsilon_0 \cdot E_0 \cdot E_0 \cdot A \cdot d = 1/2 \cdot D_0 \cdot E_0 \cdot V$$

Diese Beziehung gilt allgemein: Ist ein Volumen V mit dem homogenen E-Feld E_0 und der elektrischen Verschiebungsdichte D_0 gefüllt, so ist in dieser Feldverteilung die el. Energie E_{el} gespeichert. Diese Betrachtungsweise ist besonders bei elektromagnetischen Wellen nützlich, wo man keine getrennten Ladungen hat.

3. Stationäre Ströme

3.1 Elektrische Stromstärke I

Elektrischer Strom = bewegte Ladungen.
Fließt in der Zeit dt durch einen Querschnitt die Ladung dQ so ergibt sich die

Def. El. Stromstärke $I = dQ/dt$

$$[I] = 1 \text{ C/s} = 1 \text{ A (Ampere)}$$

Da für die Gesamtladung eines Systems der Ladungserhaltungssatz gilt $Q_{ges} = \text{konst} \Rightarrow$

1. Kirchhoffsche Regel (Knotensatz)

$$I_{ges} = dQ_{ges}/dt = 0$$

D.h. z.B. die Summe aller Ströme, die in ein System hineinfließen ist gleich der Summe der Ströme, die aus dem System herausfließen.

3.2 Elektrischer Widerstand R

3.2.1 E-Feld im Leiter mit bewegten Ladungen

Damit sich Ladungen bewegen, müssen sie durch ein E-Feld beschleunigt werden. \Rightarrow Fließt in einem Leiter ein el. Strom, so muss im Leiter (Länge l) ein E-Feld vorhanden sein. Dieses Feld wird durch eine angelegte Spannung $U = E \cdot l$ erzeugt.

Die (Drift-) Geschwindigkeit v_{DRIFT} der Ladungen im E-Feld ist materialabhängig:

$$v_{\text{DRIFT}} = \mu \cdot E$$

μ : Beweglichkeit der Ladungen, $[\mu] = [v/E] = 1 \text{ m}^2/\text{sV}$

Die Driftgeschwindigkeiten von Elektronen in guten Leitern sind extrem klein: z.B. in Cu $\approx 0.07 \text{ mm/s}$. Hier ergibt sich die gute Leitung durch die Vielzahl der Elektronen.

Erhöht man $U = E \cdot l \Rightarrow$ die Ladungen werden schneller \Rightarrow es fließen mehr Ladungen pro s durch den Leiter $\Rightarrow I$ wird größer $\Rightarrow U \sim I \Rightarrow$

3.2.2 Elektrischer Widerstand R

Def. El. Widerstand $R = U/I$

$$[R] = 1\text{V/A} = 1 \Omega \text{ (Ohm)}$$

Der el. Widerstand R ist von den geometrischen Abmessungen des stromführenden Materials (Länge l , Querschnitt A) und dem Material abhängig. Für ein homogenes Material gilt deshalb

$$R = \rho \cdot l/A \quad \rho: \text{spezifischer Widerstand}$$

$$[\rho] = 1 \Omega \cdot \text{m}$$

Man unterscheidet:

Isolatoren: $\rho > 10^9 \Omega\text{m}$ (z.B. Porzellan $5 \cdot 10^{12}$, Quarzglas 10^{16} , Polystyrol 10^{15} , trockenes Holz 10^{10} , Silikonöl $10^{13} \Omega\text{m}$)

Halbleiter: $10^{-4} < \rho < 10^8 \Omega\text{m}$ (z.B. reines Ge, Si $\approx 10^2$, gewisse Keramiken, Elektrolyte)

Leiter: $10^{-8} < \rho < 10^{-5} \Omega\text{m}$ (z.B. Metalle Cu $1.7 \cdot 10^{-8}$, Konstantan $5 \cdot 10^{-7}$; Elektrolyte)

Supraleiter: unterhalb der Sprungtemperatur T_S
 $\rho < 10^{-18} \approx 0 \Omega\text{m}$ (z.B. Pb (7.2 K), Nb₂Sn (18K),
Hochtemperatursupraleiter $T_S > -190 \text{ }^\circ\text{C}$)

Für Metalle gilt das **Ohmsche Gesetz**:

Bei konstanter Temperatur ist der Widerstand R eines Metalls unabhängig vom der angelegten Spannung oder vom fließenden Strom. \Rightarrow

$$R = U/I = \text{konst bei konstanter Temperatur} \quad \Rightarrow$$

Das $U(I) = \text{konst} \cdot I$ – Diagramm ist eine Gerade.

Bei Halbleitern z. B. einer Diode gilt das Ohmsche Gesetz nicht. R nimmt in Flussrichtung mit steigender Spannung exponentiell ab.

3.2.3 Schaltung von Widerständen

1. Reihenschaltung

$$U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 + \dots + U_n; \quad I = I_1 = I_2 = \dots = I_n \quad \Rightarrow$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

2. Parallelschaltung

$$U_o = U_1 = U_2 = \dots = U_n \quad I_{\text{ges}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad \Rightarrow$$

$$1/R_{\text{ges}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$$

Beispiel: **Spannungsteiler**

a) unbelastet $U_1 = U_o \cdot [R_1 / (R_1 + R_2)]$

b) mit R_L belastet

$$U_{1L} = U_o \cdot [R_1 \parallel R_L / (R_1 \parallel R_L + R_2)] \\ = U_o \cdot [R_1 \cdot R_L / (R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot (R_1 + R_L))]$$

3.2.4 Temperaturverhalten von Widerständen

1. Metalle

Die Driftgeschwindigkeit der freien (Leitungs-) Elektronen der Metalle wird durch die zunehmende Temperatur - schwingung der Rumpfatome herabgesetzt. \Rightarrow

Der Widerstand nimmt mit der Temperatur zu. Diese Zunahme beschreibt man durch ein Polynom:

$$R(\vartheta) \approx R_o(1 + \alpha\vartheta + \beta\vartheta^2 + \gamma\vartheta^3 + \dots)$$

α : linearer Temperaturkoeffizient des el. Widerstands (TKR) $[\alpha] = 1/K$ (Kelvin)

β : quadratischer TKR γ : kubischer TKR

Bsp. Cu $\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3} 1/K$; $\beta \approx 0.6 \cdot 10^{-6} 1/K^2$

Pt $\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3} 1/K$ $\beta \approx -0.58 \cdot 10^{-6} 1/K^2$ $\gamma \approx 0$

Anwendung: Pt wird als Temperatursensor verwendet;

z.B. **Pt 100** mit $R_o(0^\circ\text{C}) = 100 \Omega$

2. Halbleiter

Durch die Wärmeschwingung der Atome werden immer mehr äußere Elektronen (Valenzelektronen) aus der äußeren Atomhülle herausgeschlagen. \Rightarrow Zahl der Leitungselektronen nimmt zu. \Rightarrow Eigenleitung nimmt zu. \Rightarrow Widerstand fällt exponentiell mit steigender Temperatur (Negativer Temperatur-Koeffizient: NTC).

Anwendung: Kaltleiter-Keramik Temperatursensoren (NTC)

3.3 Berechnung von Netzwerken

3.3.1 Energie und Leistung

Umwandlung von **el. Energie** in Wärme in einem Widerstand:

$$dE_{el} = U \cdot dQ = U \cdot I \cdot dt = U^2/R \cdot dt = I^2 \cdot R \cdot dt$$

$$[E_{el}] = 1 \text{ V} \cdot \text{C} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = 1 \text{ Ws (Wattsekunde)}$$

$$\text{Def. Leistung } P = dE_{el}/dt \quad \Rightarrow$$

$$P = U \cdot I = U^2/R = I^2 \cdot R \quad [P] = 1 \text{ W}$$

3.3.2 1. Kirchhoffsche Regel (Knotensatz)

Ladungserhaltungssatz $Q = \text{konst} \quad \Rightarrow$

$$I_{ges} = dQ_{ges}/dt = 0$$

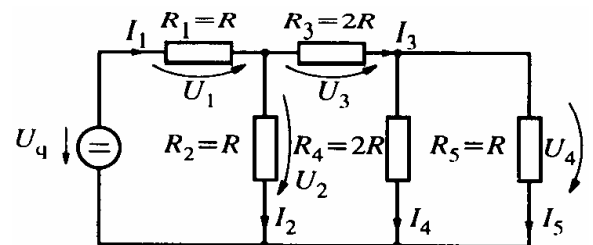
3.3.3 2. Kirchhoffsche Regel (Maschensatz)

Der Energieerhaltungssatz fordert, dass die Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche = 0 wird.

$$U_{ges} = 0$$

Bsp. $U_q = 100 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, gefragt sind U_i und I_i

$$\begin{aligned} R_{ges} &= R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4 \parallel R_5) \\ R_4 \parallel R_5 &= 2/3 \cdot R, \quad R_3 + R_4 \parallel R_5 = 8/3 \cdot R, \\ R_2 \parallel (R_3 + R_4 \parallel R_5) &= 8/11 \cdot R \Rightarrow \\ R_{ges} &= 19/11 \cdot R = 172.73 \Omega \Rightarrow \\ I_{ges} &= U_q / R_{ges} = 100 \text{V} / 172.73 \Omega = 0.579 \text{ A} \Rightarrow \\ U_1 &= I_{ges} \cdot R = 57.9 \text{ V}, \quad U_2 = U_q - U_1 = 42.1 \text{ V} \Rightarrow \\ I_2 &= U_2 / R = 0.421 \text{ A}, \quad I_3 = I_{ges} - I_2 = 0.158 \text{ A} \Rightarrow \\ U_3 &= 2R \cdot I_3 = 31.6 \text{ V}, \quad U_4 = U_5 = U_q - U_1 - U_3 = 10.5 \text{ V} \Rightarrow \\ I_4 &= U_4 / 2R = 0.053 \text{ A}, \quad I_5 = U_5 / R = 0.105 \text{ A} \end{aligned}$$



4. Magnetostatik

4.1 Oersted'sches Grundgesetz

Ruhende Ladungen erzeugen ein D-Feld. Das E-Feld beschreibt die Kraft auf ruhende Ladungen.

Bewegte Ladungen (= Ströme) erzeugen ein Magnetfeld, das eine Kraft auf bewegte Ladungen (= Ströme) ausübt.

Zwei Ströme I_1 bzw. I_2 , die in zwei parallelen Leitern (Länge ℓ , Abstand r) fließen, üben nach Oersted aufeinander die Kraft F pro Länge ℓ aus:

$$\text{Oersted'sches Grundgesetz: } \frac{\vec{F}}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} * \frac{I_1 * I_2}{r} * \vec{r}_0$$

$$\mu_0 = \text{magnetische Feldkonstante} = 4\pi * 10^{-7} \text{ N/A}^2 \\ = 1.2566 * 10^{-6} \text{ N/A}^2 = 1.2566 * 10^{-6} \text{ Vs/Am}$$

**gleichgerichtete Ströme ziehen sich an
entgegengesetzte Ströme stoßen sich ab**

Dieses Gesetz kann man folgendermaßen interpretieren:
Der Strom I_1 erzeugt ein Magnetfeld B , das auf den Strom I_2 die Kraft F/ℓ ausübt. \Rightarrow B-Feld eines Stromes I in einem linearen Leiter im Abstand r vom Leiter:

$$\mathbf{B}(I, r) = \frac{\mu_0}{2\pi} * \frac{I}{r} \quad \mathbf{B}: \text{ magnetische Induktion} \\ [\mathbf{B}] = 1 \text{ Vs/m}^2 = 1 \text{ N/Am} = 1 \text{ T} \\ = 1 \text{ Tesla}$$

$$\mathbf{H}(I, r) = \frac{I}{2\pi r} = \mathbf{B}/\mu_0 \quad \mathbf{H}: \text{ magnetische Feldstärke} \\ [\mathbf{H}] = 1 \text{ A/m}$$

4.2 Anwendungen des Kraftgesetzes

Mit Hilfe der magnetischen Induktion kann man die Kraft auf einen Strom I im Leiter der Länge ℓ berechnen:

$$\mathbf{F} = \ell \cdot I \cdot \mathbf{B}$$

Berücksichtigt man die Richtung der Kraft \Rightarrow

$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \times \vec{B} \quad \mathbf{x}: \text{ Vektorprodukt}$$

Anwendungen: Drehspulmessinstrument, Elektromotor,

Berücksichtigt man $I = Q/t \Rightarrow \ell * I = Q * \ell / t = Q * v$

\Rightarrow **Lorentz-Kraft** auf eine Ladung Q, die sich mit der Geschwindigkeit v im B-Feld bewegt:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Für ein Elektron gilt zum Beispiel $Q = -e \Rightarrow F = -evB_{\perp}$.

Anwendungen: Hall-Effekt, Fadenstrahlrohr (e/m – Bestimmung), Fernsehöhre, Monitor, Durchflussmessung (Magnetisch Induktiver Durchflussmesser = MID)

4.3 Erzeugung von B/H-Feldern

Die Ursache von Magnetfeldern sind Ströme.
Beschreibung durch B-Feldlinien.

1. B-Feld erzeugt durch **Ströme in Leitern**

Beispiele: 1. Gerader Leiter mit dem Strom I im Abstand r
 $B(I,r) = \mu_0 I / 2\pi r$

Ohne Beweis:

2. Stromschleife = magnetischer Dipol
im Mittelpunkt herrscht $B = \mu_0 I / 2r$

3. Lange Spule Länge ℓ mit N Windungen
im Innern $B = \mu_0 IN / \ell$

2. B-Feld erzeugt durch **atomare Ströme:** **Permanentmagnete**

Die Bewegung der Elektronen auf einem Kreis erzeugt einen magnetischen Dipol (siehe 1.2). Die Summe dieser Dipole der Elektronen eines Atoms kann sich paarweise kompensieren, dann hat man eine **diamagnetische** Substanz (z.B. Ag, Cu, H₂).

In Atomen mit unaufgefüllten Elektronenschalen ist die Summe der magnetischen Dipole ungleich 0. D.h. sie haben ein Dipol-Magnetfeld ungleich 0. Die Richtungen der Magnetfelder der einzelnen Atome ist aber ungeordnet. D.h. das resultierende gesamte Magnetfeld dieser Substanz ist 0: **Paramagnetische** Substanz (z.B. Pt, O₂, Sn). In einem äußeren Magnetfeld richten sich diese atomaren Dipole nach dem Feld aus, die Temperaturbewegung der Atome wirkt der Ausrichtung entgegen.

In **ferromagnetischen** Stoffen (z.B. Fe, Co, Ni) sind die permanenten atomaren Dipole unterhalb der Curie-Temperatur **spontan** (d.h. ohne äußeres Magnetfeld) in den Weißschen Bereichen streng parallel ausgerichtet (Spontanmagnetisierung). In einem äußeren B-Feld B₀ klappen immer mehr dieser Bereiche in Richtung von B₀ und verstärken das äußere Feld:

$$B_{\text{mit}} = \mu_r * B_0 \quad \mu_r: \text{relative Permeabilität}$$

Die Magnetisierung des Materials in der äußeren Feldstärke H besch **Kurve $B_{mit}(H)$** .

Die **Neukurve** beschreibt das erstmalige Magnetisieren des ferroma Weißschen Bezirke parallel zum äußeren Feld ausgerichtet sind: **Sä** Verkleinert man dann H geht die Magnetisierung langsamer zurück, = 0

bleibt die Restmagnetisierung B_R (**Remanenz**). Um die Remanenz zu beseitigen, muß man das äußere H-Feld umpolen. Bei der **Koerzitiv-Feldstärke H_C** ist die Magnetisierung 0.

Stoffe mit hohem B_R und H_C ($> 10^4$ A/m) nennt man **hartmagnetisch**. Aus ihnen stellt man **Permanente** Magnete und **Magnetschichten für Datenspeicher** her.

In elektrischen Geräten wie Motoren, Elektromagneten, Generatoren, Transformatoren benutzt man **weichmagnetische** Stoffe, da sie verlustfreier der Umpolung desäußerer Magnetfeldes folgen.

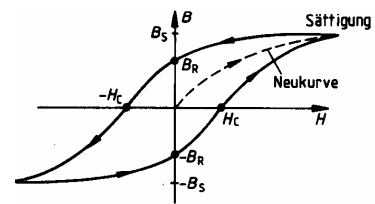


Abb. Hysterese-Kurve

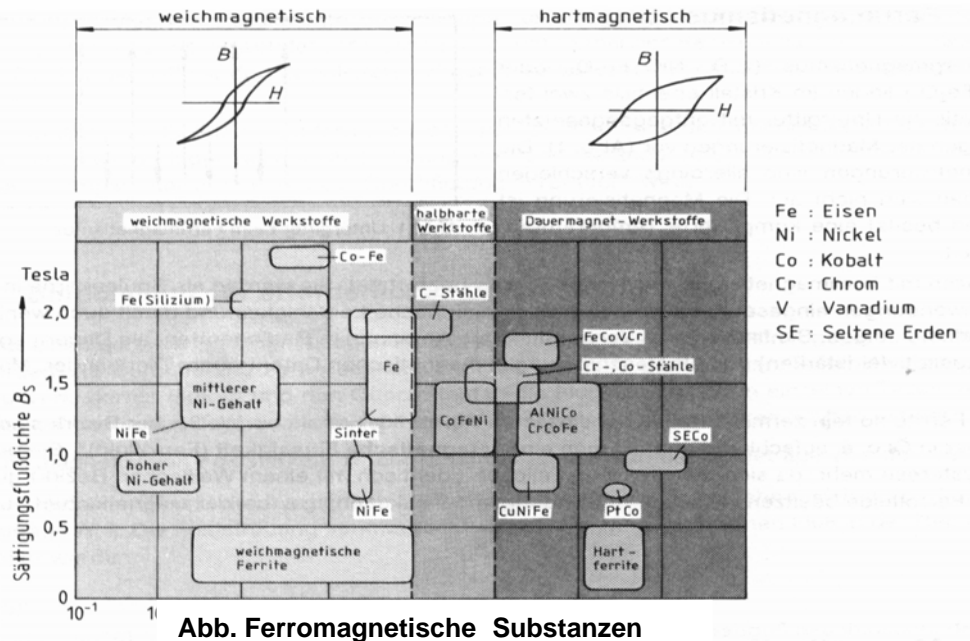
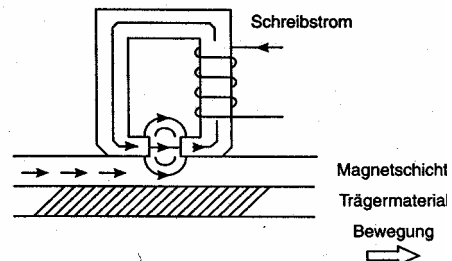


Abb. Ferromagnetische Substanzen

Abb. Datenspeicherung auf Magnetschicht



4.4 Berechnung von H-Feldern: Durchflutungsgesetz

Gleichung $H(\mathbf{l}, \mathbf{r}) = \frac{\mathbf{l}}{2\pi r}$ man umformen: $2\pi \cdot r \cdot H = I$ und

Interpretieren: Addiert man die H-Feldstärke auf einer geschlossenen Kurve, so erhält man den eingeschlossenen Strom. Dieses Gesetz gilt allgemein: **Durchflutungsgesetz:**

$$\sum_{\text{Geschlossene Kurve S}} \vec{H}_i \cdot d\vec{s} = \sum H_{i||} \cdot ds = I_{\text{eingeschlossen}}$$

Bsp. H-Feld einer Ringspule: Im Innern ist $H = \text{konst.}$, da rotationssymmetrisch $\Rightarrow H \cdot 2\pi R = N \cdot I \Rightarrow H = NI / 2\pi R$.
Biegt man die Spule auf \Rightarrow

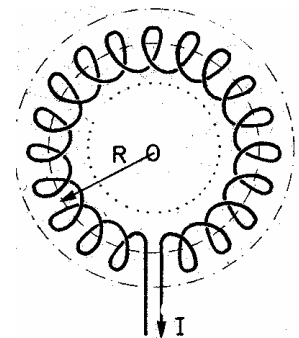


Abb. Ringspule

H-Feld einer langen Spule (Länge $L = 2\pi \cdot R$): $H \approx NI/L$

5. Magnetische Induktion

Versuche: *Bewegter Leiter im Magnetfeld (Strombarren, Leiterschaukel), bewegter Magnet in Leiterschleife*

5.1 Faradaysches Induktionsgesetz (1831)

Bewegt sich ein Leiter (Breite L) mit der Geschwindigkeit v senkrecht zu einem Magnetfeld B , dann werden in ihm auf Grund der Lorentzkraft die Ladungen getrennt, und es wird ein E-Feld induziert:

$$\vec{E}_{\text{ind}} = -\vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow$$

$$U_{\text{ind}} = L * E_{\text{ind}} = -L * ds/dt * B_{\perp} = -B_{\perp} * dA/dt \quad \text{mit der Flächenänderung } dA \text{ pro Zeitintervall } dt.$$

Bewegt man einen Magneten durch eine Leiterschleife, wird die Spannung $U_{\text{ind}} = -A * dB/dt$ induziert.

Beide Phänomene kann man zusammenfassen:

Faradaysches Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = -d(B_{\perp} * A) / dt = -d\Phi / dt$$

$$\Phi = B_{\perp} * A \quad \text{magnetischer Fluss}$$

Anwendungen: Generator (Dynamo), Magnetband-, Disk-Lesekopf, dynamisches Mikrofon, E-Gitarre

Wird das Magnetfeld von einer Spule erzeugt, so ist deren Φ natürlich dem Strom I proportional und vom Aufbau der Spule abhängig. Den Einfluss der Spule fasst man in der Induktivität L der Spule zusammen.
 \Rightarrow

Definition: Induktivität L einer Spule:

$$L = \Phi / I \quad [L] = 1 \text{ Vs/A} = 1 \text{ H (Henry)}$$

5.2 Lenzsches Gesetz, Wirbelströme

Versuche: Lenzsches Gesetz: Die induzierte Spannung ist so gerichtet, dass der Änderung des magnetischen Flusses $d\Phi/dt$ entgegengewirkt wird (Energieerhaltungssatz).

Anwendungen: Transformatorbleche, Hf-Litze, Skineffekt

5.3 Selbst- und Gegeninduktion

Ändert sich der Strom durch eine Spule, dann ändert sich auch deren B-Feld: $d\Phi/dt \neq 0 \Rightarrow$ Es wird in ihr selbst eine Spannung induziert: $U_{ind} = -d\Phi/dt$ mit $\Phi = L \cdot I$

$$U_{ind}^{selb} = -L \frac{dI}{dt}$$

Die in der Spule selbstinduzierte Spannung wirkt der angelegten Spannung entgegen (**Lenzsches Gesetz**) und behindert die Stromänderung.

Versuch: Spule (Kondensator zum Vergleich) an Rechteckspannung

Induktivität L einer langen Spule:

Mit $U_{ind} = -d\Phi/dt = -N \cdot d(B_{\perp} \cdot A)/dt$ und im Innern einer langen Spule $B = \mu_0 I N / \ell \Rightarrow U_{ind} = -N \cdot \mu_0 N A / \ell \cdot dI/dt \Rightarrow$

$L = \mu_0 N^2 A / \ell$ für eine Luftspule

für eine mit ferromagnetischem Material (μ_r) gefüllte Spule $\Rightarrow L = \mu_0 \mu_r N^2 A / \ell$

Anwendung: Transformator

Die Wechselspannung U_1 erzeugt in der Primärspule mit N_1 Windungen durch den Fe-Transformator Kern auch die Sekundärspule mit N_2 Windungen (wird vernachlässigt).

Primärseite: $U_1 + U_{ind} = 0 \Rightarrow U_1 = N_1 \cdot d\Phi/dt$
 Sekundärseite: ohne Belastung $U_2 = -N_2 \cdot d\Phi/dt \Rightarrow$

Übersetzungsverhältnis: $|U_1| / |U_2| = N_1 / N_2$

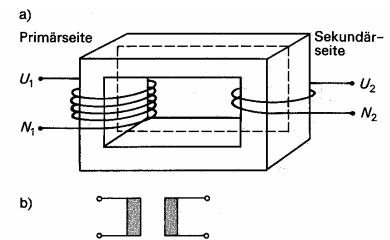


Abb. Prinzip des Transformator

Bei einer beliebigen Anordnung von zwei Spulen wird im allgemeinen der magnetische Fluss Φ_1 der Spule 1 nicht voll die Spule 2 durchsetzen. D.h. $\Phi_2 \neq \Phi_1$. Mit $\Phi_2 = k \cdot \Phi_1 \Rightarrow$
 $U_{2ind} = -N_2 \cdot d\Phi_2/dt = -N_2 \cdot k \cdot d\Phi_1/dt$. Da die Änderung des Magnetflusses $d\Phi_1/dt$ in Spule 1 ~ der Stromänderung dI_1/dt ist, $\Rightarrow U_{2ind} \sim -N_2 \cdot k \cdot dI_1/dt \Rightarrow$

Def. Gegen- (Fremd-) Induktivität L_{12}

$$U_{2ind} = -L_{12} dI_1/dt$$

L_{12} beschreibt die magnetische Kopplung der beiden Spulen.

Für den Transformator ohne Kopplungsverluste ($\Phi_2 = 1 \cdot \Phi_1$) \Rightarrow

$\Phi_2 = A_2 \cdot B_2 = A_1 \cdot B_1 = \Phi_1$, $B_1 = \mu_0 \mu_r \cdot N_1 I_1 / \ell_1$ Mit $A_1 = A_2 = A$
 $\Rightarrow B_1 = B_2 = B \Rightarrow U_{2ind} = -N_2 \cdot d\Phi_2/dt = -N_2 \cdot A \cdot dB/dt =$
 $-N_2 \cdot A \cdot \mu_0 \mu_r \cdot N_1 \cdot (dI_1/dt) / \ell_1 \Rightarrow$

$$L_{12} = A \cdot \mu_0 \mu_r \cdot N_1 N_2 / \ell_1$$

5.4 Im Magnetfeld gespeicherte Energie

Lange Spule (Länge l , Windungen N). Schließt man die Spule an eine Spannung U_0 an, steigt der Strom in der Zeit Δt von 0 auf I_0 an. $\Rightarrow U_{\text{ind}} = -L \cdot \Delta I / \Delta t = -L \cdot I_0 / \Delta t \Rightarrow$
 $E_{\text{el}} = U_{\text{ind}} \cdot I_{\text{mittel}} \cdot \Delta t = L \cdot I_0 \cdot I_0 / 2 = 1/2 \cdot L \cdot I_0^2 = E_{\text{magn}}$

$$E_{\text{magn}} = 1/2 \cdot L \cdot I_0^2$$

Für eine lange Spule gilt $L = \mu_0 \cdot A \cdot N^2 / l_0$ und $H = N \cdot I_0 / l_0$
bzw. $B = \mu_0 N \cdot I_0 / l_0 \Rightarrow E_{\text{magn}} = 1/2 \cdot (\mu_0 A N^2 / l_0) \cdot I_0^2 =$
 $1/2 \cdot (\mu_0 N I_0 / l_0) \cdot (N \cdot I_0 / l_0) \cdot A \cdot l_0 = 1/2 \cdot B \cdot H \cdot A \cdot l_0 \Rightarrow$

$$E_{\text{magn}} = 1/2 \cdot B \cdot H \cdot V$$